

EQUAÇÕES FRACIONÁRIAS DO 2º GRAU

Equações fracionárias são equações que apresentam variáveis nos denominadores.

Veja alguns exemplos de equações fracionárias:

$$x + \frac{3x}{x-2} = \frac{3}{2}, \quad \frac{x}{x+2} + \frac{3x}{x-2} = \frac{3}{2} \quad \text{e} \quad \frac{x}{x^2-4} + \frac{3x}{x-2} = \frac{3}{2}$$

Como as equações tem em seu denominador um variável que vai assumir valor numérico dependendo do valor da variável o denominador pode zerar e isso jamais pode acontecer.

E para evitar que a solução da equação faça com que isso aconteça nós fazemos o estudo da condição de existência veja:

Na 1ª equação $x - 2$ não pode ser zero então

$x - 2 \neq 0$ resolvemos como se fosse uma equação

$x \neq 2$ isso significa que x terá que ser diferente de 2

Logo a solução de equação $x + \frac{3x}{x-2} = \frac{3}{2}$ não poderá ter o 2 como solução

Na 2ª equação devemos ter

$x + 2 \neq 0$ resolvendo

$x - 2 \neq 0$ resolvendo

$x \neq -2$

$x \neq 2$

Logo na equação $\frac{x}{x+2} + \frac{3x}{x-2} = \frac{3}{2}$ não poderá ter como solução o 2 e nem o -2 .

Na 3ª equação devemos ter

$x^2 - 4 \neq 0$ resolvendo equação do 2º grau tipo AC

$x - 2 \neq 0$ resolvendo

$x^2 \neq 4$ expoente 2 vira raiz

$x \neq 2$

$x \neq \pm\sqrt{4}$

$x \neq \pm 2$

Logo na equação $\frac{x}{x^2-4} + \frac{3x}{x-2} = \frac{3}{2}$ não poderá ter como solução o 2 e nem o -2 .

ATENÇÃO: NOS EXEMPLOS A SEGUIR VAMOS ESTAR APENAS COLOCANDO A EQUAÇÃO NA SUA FORMA NORMAL JÁ QUE NO CONTEUDO DE EQUAÇÃO DO SEGUNDO GRAU JÁ ENSINA COMO RESOLVER.

✓ Escrever a equação fracionária $\frac{x}{2} - \frac{2}{x-2} = \frac{1}{2}$ na forma $ax^2 + bx + c = 0$

Equação que apresenta denominador devemos tirar o mmc através da fatoração

2 forma fatorada 2

x - 2 forma fatorada x - 2

o mmc é os fatores comuns e não comuns $2 \cdot (x - 2)$ divide o mmc pelos denominadores e multiplica pelos numeradores

$$\frac{x(x-2) - 2 \cdot 2}{2(x-2)} = \frac{1(x-2)}{2(x-2)} \text{ eliminamos os denominadores}$$

$$x(x-2) - 2 \cdot 2 = 1 \cdot (x-2) \text{ resolve as multiplicações}$$

$$x^2 - 2x - 4 = x - 2 \text{ organizando todos os termos no } 1^\circ \text{ membro}$$

$$x^2 - 2x - x - 4 + 2 = 0 \text{ resolvendo os termos semelhantes}$$

$$x^2 - 3x - 2 = 0 \text{ nesse exemplo o objetivo é só colocar a equação na forma normal}$$

✓ Escrever a equação fracionária $\frac{x}{x+3} + \frac{2}{x-3} = \frac{8}{x^2-9}$ na forma $ax^2 + bx + c = 0$

Vamos calcular o mmc através da fatoração

x+ 3 forma fatorada x + 3

x - 3 forma fatorada x - 3

$x^2 - 9$ forma fatorada $(x + 3)(x - 3)$ veja no conteúdo de fatoração como fazer

O mmc é o que está repetido e o que não está sendo repetido pegamos apenas um portanto o mmc é $(x + 3)(x - 3)$, divide o mmc pelos denominadores e multiplica pelos numeradores. OBS: $(x + 3)(x - 3)$ dividido $x^2 - 9$ dar 1

$$\frac{x(x-3) + 2(x+3)}{(x+3)(x-3)} = \frac{8}{(x+3)(x-3)} \text{ eliminando os denominadores}$$

$$x(x-3) + 2(x+3) = 8 \text{ eliminando os parênteses através da multiplicação}$$

$$x^2 - 3x + 2x + 6 = 8 \text{ organizando a equação}$$

$$x^2 - 3x + 2x + 6 - 8 = 0 \text{ resolvendo os termos semelhantes}$$

$x^2 - x - 2 = 0$ equação na sua forma normal

✓ Escrever a equação fracionária $\frac{3x^2}{x^2 - 25} - \frac{x}{x + 5} = \frac{1}{2x - 10}$ na forma $ax^2 + bx + c = 0$

Calculando mmc através da fatoração

$x^2 - 25$ forma fatorada é $(x + 5) \cdot (x - 5)$

$x + 5$ forma fatorada $(x + 5)$

$2x - 10$ forma fatorada $2(x - 5)$ veja como faz no conteúdo de fatoração

O mmc é o que está repetido e o que não está sendo repetido pegamos apenas um portanto o mmc é $2 \cdot (x + 5) \cdot (x - 5)$, divide o mmc pelos denominadores e multiplica pelos numeradores.

OBS: veja que $x^2 - 25 = (x + 5)(x - 5)$ portanto o mmc dividido por ele vai dar 2 e veja também que $2x - 10 = 2(x - 5)$ portanto o mmc dividido por ele vai dar $(x + 5)$

$$\frac{2 \cdot 3 \cdot x^2 - 2 \cdot x \cdot (x - 5)}{2(x + 5)(x - 5)} = \frac{1 \cdot (x + 5)}{2(x + 5)(x - 5)} \text{ elimina os denominadores}$$

$$2 \cdot 3 \cdot x^2 - 2 \cdot x \cdot (x - 5) = 1 \cdot (x + 5) \text{ fazendo as multiplicações}$$

$$6x^2 - 2x^2 + 10x = x + 5 \text{ organizando a equação}$$

$$6x^2 - 2x^2 + 10x - x - 5 = 0 \text{ resolvendo os termos semelhantes}$$

$$4x^2 + 9x - 5 = 0 \text{ equação na sua forma normal}$$